

## JİROSKOP DENEYİ

### 1. GİRİŞ

Basit olarak serbest hareketli bir eksen etrafında dönen bir cisim (disk veya tekerlek) "**jiroroskop**" olarak adlandırılır. Burada sisteme dış bir moment etki etmediği sürece dönen cismin açısal momentumu dönme ekseninin doğrultusunun daima aynı kalmasını sağlar. Eksene dönen bir çift uygulanırsa yani doğrultusu saptırılırsa bu durumda bir moment reaksiyonu ortaya çıkar. Bu moment reaksiyonu diğer adıyla jiroroskopik çift "**jiroroskopik hareket**" olarak bilinir.

Jirokopik hareketin incelenmesi özellikle araç mühendisliği alanında önemlidir. Dönen elemanların ürettiği jirokopik çift araçların kararlılığını etkiler. Örneğin bir taşıt viraj etrafında dönüyorsa tekerleklerin eksenlerinin saptırılmasıyla üretilen jirokopik çift aracı devirmeye çalışır. Bir uçağın yön değiştirmesi sırasında motorun dönen elemanlarının yaratacağı jirokopik çift uçağın sarsıntı yapmasına sebep olur. Benzer bir şekilde, bir gemide türbin çarkı tarafından üretilen çift gemiyi yana doğru devirmeye zorlar. Jirokopik hareket hakkındaki bilgi, tasarımcının moment reaksiyonlarını hesaplamasına ve bu yolla kötü etkilere karşı tedbir almasına olanak sağlar.

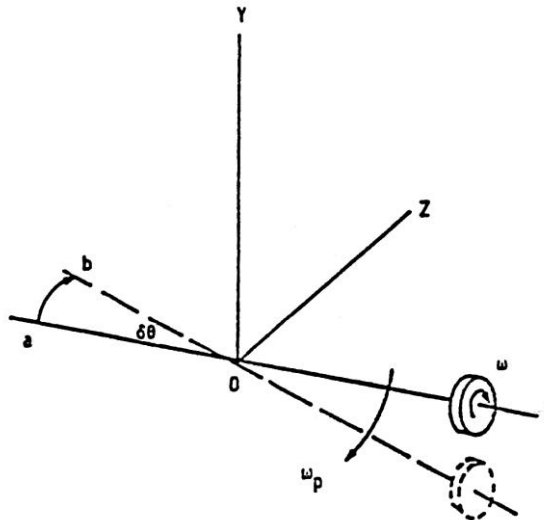
Jirokopik etkilerin önemli uygulamaları **jirostabilizatörler** ve jirokopik aletlerdir. Jirostabilizatörlerin başarılı uygulamaları gemilerde görülmüştür. Bu yolla salınım genliklerinde önemli azalmalar sağlanmıştır. Diğer uygulama olan jirokopik aletler (**jiropusula**) ise gemi, uçak, güdümlü füze ve uzay araçlarının kontrol sistemlerinde açısal konum ölçme elemanı olarak kullanılırlar.

Bu deneyde TecQuipment TM104 jirokop aleti tanıtılarak jirokopik etkiler gösterilecek ve jirokopik çift ile jirokop ekseninin dönmesi (presisyonu) arasındaki bağıntı deneysel olarak tayin edilecektir.

### 2. TEORİ

#### 2.1 Jirokopik Çift

Serbest denebilecek şekilde tespit edilmiş bir milin üzerinde kütleli atalet momenti " $J$ " olan bir volan bulunsun. Eğer bu durumda sistem üzerine bir çift uygulanırsa mil çiftin uygulama düzlemine doğru hareket eder.



Şekil 1: Jirokopik hareketin prensibi

Şimdi Şekil 1’de gösterilen durumu düşünelim. Burada volan " $\omega$ " açısal hızıyla dönüyor ve dönme eksenini yatay düzlemin (ZOX) içinde " $\omega_p$ " açısal hızıyla dönüyor olsun. Diskin açısal momentumu geçici bir anda  $Oa$  vektörü ile ve  $\delta_t$  gibi kısa bir zaman aralığı sonunda ise  $Ob$  vektörü ile gösterilebilir. Momentum vektörü dönme eksenini boyunca yönelir (sağ el vida kuralı) Şekil 1’de momentumun değiştiği açıkça görülmekte olup değişim " $ab$ " vektörü ile gösterilmiştir. Momentumdaki bu değişim diskteki bir çiftin etkisi ile üretilmiş olmalıdır uygulanan çift açısal momentumun değişim derecesine eşittir. Yani, moment aşağıdaki bağıntıyla verilir.

$$T = \frac{\delta(J\omega)}{\delta t}$$

Burada açısal momentumun değişimi  $\delta(J\omega) = ab = Oa \cdot \delta\theta$  yazılabilir.

Buna göre;

$$T = Oa \frac{\delta\theta}{\delta t} = J\omega \frac{\delta\theta}{\delta t}$$

yazabiliriz. Buradan  $\delta t = 0$  için limit alınırsa;

$$T = J\omega \frac{d\theta}{dt} = J\omega \cdot \omega_p \dots\dots\dots (1)$$

elde edilir. Bu eşitlik jiroskop eşitliği olarak bilinir.

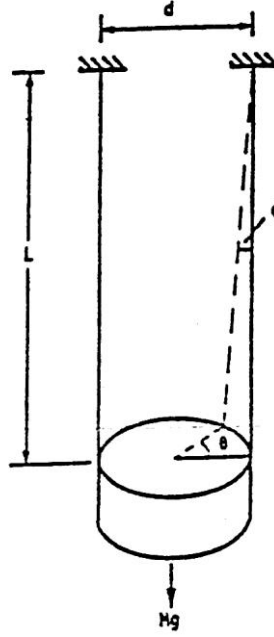
Burada

- $\omega$  : Diskin açısal hızı, rad/s
- $\omega_p$  : Eksenin presisyon (dönme) hızı, rad/s
- $J$  : Diskin kütleli atalet momenti,  $kgm^2$
- $T$  : Jiroskopik çift (Moment), Nm

Şekil 1’de  $ab$  vektörü XOZ düzleminde bulunmakta olup, limitte eğer  $\theta$  çok küçük ise, vektörün doğrultusu  $Oa$ ’ya dik yani XOY düzlemine diktir. Vektörün doğrultusu çiftin etki ettiği ekseninde bulunur. Bu yüzden uygulanan çift XOY düzleminde etki etmelidir. Sağ el vida kuralına göre yön saat ibreleri yönünde olmalıdır. Uygulanan çift, XOZ düzleminde diskini döndürmeye devam etmesi için ihtiyaç duyulan çifti temsil eder. Diskini döndürmekle disk bir çift üretir. Bu çift uygulanan çiftin ters yönünde etki eder, yani OZ ekseninin etrafında saat ibreleri yönüne ters yönde hareket eder. Bu jiroskopik çift olarak adlandırılır. Böylece eğer düzeltici çift uygulanmadıysa, diskini döndürmek için yapılacak bir teşebbüs sonucunda eksen saat yönünün ters yönünde OZ ekseninin etrafında hareket eder. Açıklanan bu yön durumları Şekil 4’te gösterilmiştir.

## 2.2. Atalet Momenti

Yukarıdaki elde edilmiş olan (1) eşitliğinin geçerliliğini araştırmak için jiroskop rotorunun atalet momentini tayin etmek gereklidir. Deneyde bu Şekil 2’de gösterildiği gibi, rotoru iki tele asmak ile sağlanmaktadır.



Şekil 2: Çift telli asma askı.

Eğer rotorun kütlesi "M", tellerin uzunluğu "L" ve aralarındaki uzaklık "d" ise, o zaman her bir tele etki eden ağırlık kuvveti  $Mg/2$ 'dir. Eğer rotor yatay eksen etrafında küçük bir  $\theta$  acısıyla döndürülürse' o zaman tellerde  $\phi$  kadar açısal bir yer değiştirme yapmış olur. Bu durumda her bir teldeki germe kuvvetinden dolayı olan düzeltici kuvvet:

$$M.g.\sin \phi / 2 = M.g.\phi / 2 \text{ (küçük } \phi \text{ açıları için)}$$

olarak yazılabilir. Ayrıca küçük açı değerleri için

$$L.\phi = d\theta / 2$$

alınabilir. Buradan  $\phi = d\theta / 2L$  yerine yazılırsa düzeltici kuvvet için

$$\frac{M.g.d\theta}{4L} \text{ ve düzeltici çift (moment) için } \frac{-M.g.d\theta d}{4L}$$

elde edilir. Şimdi rotorun salınım hareketinin diferansiyel denklemi için Newton'un 2. hareket kanununu uygularsak;

$$J\ddot{\theta} = -\frac{M.g.d^2\theta}{4L}$$

ve düzenlersek

$$\ddot{\theta} + \frac{M.g.d^2}{4JL}\theta = 0 \quad \text{veya} \quad \ddot{\theta} + \omega_n^2\theta = 0$$

elde ederiz.

Buradan  $\omega_n = \sqrt{\frac{M.g.d^2}{4JL}}$  (rad/s) sistemin “doğal frekans”ıdır.

Buna göre rotor basit harmonik hareket yapacaktır. Hareketin periyodu “ $\tau$ ” ise  $\omega\tau = 2\pi$  bağıntısından:

$$\tau = 2\pi \sqrt{\frac{4JL}{M \cdot g \cdot d^2}} \quad (\text{s})$$

ve buradan rotorun "J" atalet momentinin ifadesi:

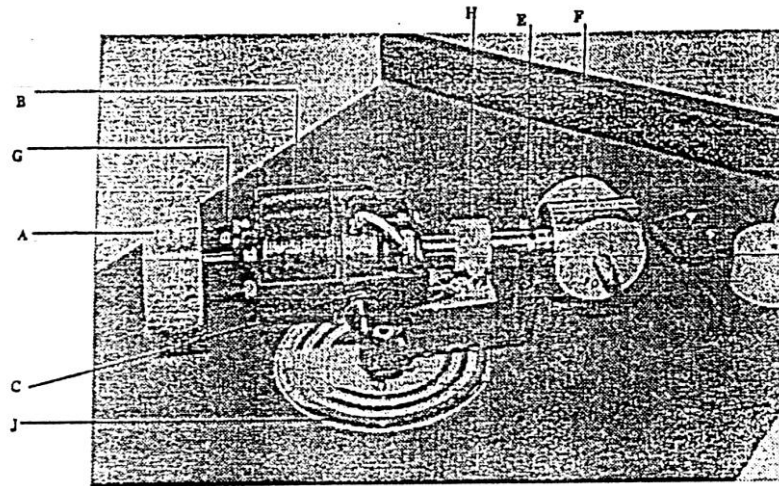
$$J = \frac{M \cdot g \cdot d^2 \tau^2}{16\pi^2 L} \quad \dots\dots\dots (2)$$

olarak elde edilir. Böylelikle hareketin periyodu ölçülerek atalet momentinin tayini Kısım 4.3’te açıklandığı şekilde deneysel olarak yapılabilir.

### 3. JİROSKOP DENEY DÜZENEĞİ

Jiroskop deney aleti Şekil 3’te gösterildiği gibi küçük bir değişken hızlı motorun mili üzerine tespit edilmiş bir rotor diskinden (A) meydana gelmiş olup sistem bir çember temel üzerinde (C) yataklanmış durumdadır. Bu sistem aletin temelinin içine yerleştirilmiş ikinci bir değişken hızlı motor tararından düşey eksen etrafında döndürülebilir şekildedir. Rotor motorunun sonuna takılmış bir moment kolu bulunmakta olup, bu kol motoru ve rotor diskini dengelemek için bir kütle (D) taşımaktadır. Sistemi statik yüklenmiş durumda dengede tutmak için, moment koluna hareket edebilir bir denge ağırlığı (H) takılmış durumdadır. Motor çember kafesin içinde yukarı-aşağı hareket edebildiği gibi yatay düzlemde de dönebilecek şekilde yataklanmıştır. Motor sisteminin aşağı – yukarı açısal yer değiştirmesini sınırlamak için moment koluna bir tutma (alıkoyma) levhası (E) takılı bulunmaktadır. Eklenecek kütleler (F) moment kolunun sonuna takılır. Bundan amaç rotor diskinin döndüğü ve jiroskop düşey eksen etrafında döndüğü zaman üretilen jiroskopik çiftin dengelenmesidir.

Kaldırılabilir fakat elektrik olarak anahtarlanmış şeffaf koruyucu kapak bütün dönen sistemin üzerine takılır. Bu kapağı kaldırmak otomatik olarak iki motoru da durdurur. Rotor – motor sistemi üzerine takılı bulunan optik algılayıcı rotor disk (A) üzerindeki dört yansıtıcı işaret şeridinden uyarılır. Disk ile optik algılayıcı arasındaki uzaklık ayarlanmış olup değiştirilmemesi gerekir. Rotor motoruna güç, bir bilezik ünitesiyle (J) sağlanmakta olup bu ünite çember kafesinin tabanına monte edilmiştir. Bu ünite aynı zamanda optik algılayıcıdan E64 elektronik takometre (devir sayısı ölçer)’ye bir işaret beslemesini de sağlamaktadır.



Şekil 3: Jiroskop deney aletinin genel görünüşü.

Alet iki E57 hız kontrol ünitesi yardımıyla çalıştırılacak şekilde tasarımı yapılmıştır. Bu üniteler temele tespit edilmiş dişli presisyon motorunun ve rotor motorunun bağımsız kontrolüne izin verir. İşletme sırasında rotor hızı 0 ile 3750 d/dak arasında değiştirilebilir ve takometre ile ölçülür.

İlave bir jiroskop rotoru ile armatür sistemi çift telli asma kolu ile birlikte mevcut olup aletin temeli üzerine tespit edilmiştir. Rotor sisteminin atalet momenti, bu asma düzeneği yardımıyla yaptırılabilir olan burulma titreşimlerinin periyodunun ölçülmesi ile tayin edilebilir.

#### 4. DENEYLERİN YAPILISI VE SONUÇLAR

##### 4.1. Kurma

Koruma kapağı yana doğru itilerek tutucu mandallardan kurtulması sağlanır ve kapak kaldırılır. Aşağıdaki bağlantılar yapılır.

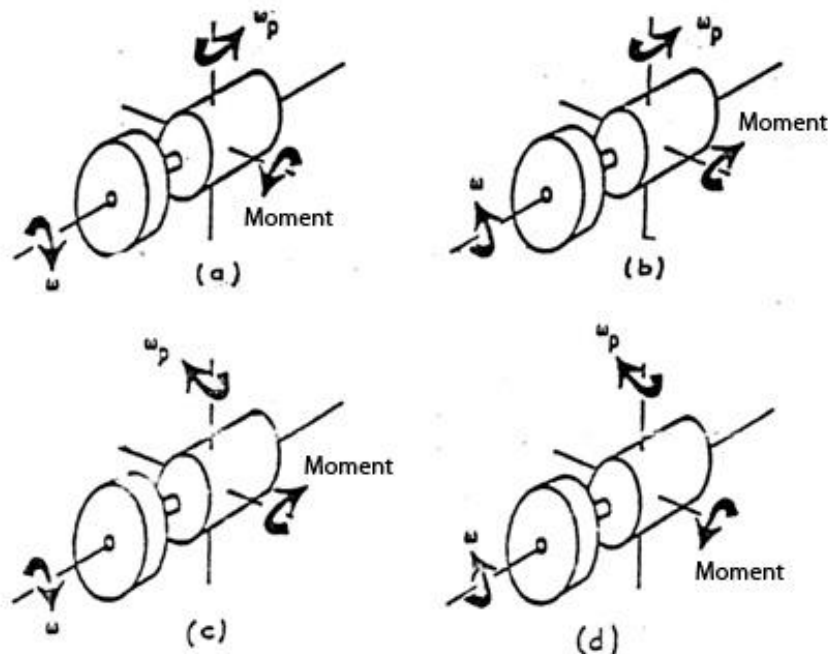
1. E64 takometre ve E67 hız kontrol üniteleri ana şebekeye bağlanır.
2. E67 ünitelerinin çıkış uçları TM104 ünitesinin üzerindeki giriş uçlarına bağlanır.
3. TM 104 üzerindeki "takometre çıkışı" E64 takometresine sağlanmış bulunan işaret kablosu ile bağlanır.

Alet şimdi çalıştırılmaya hazırdır. Koruma kapağı yerine takılır ve bütün üniteler çalıştırılır.

##### 4.2. Jiroskopik Çiftin Yönünün Araştırılması

Ünitenin ana şebekeyle bağlantısı emniyet bakımından kesilir. Koruyucu kapak çıkarılır ve rotor sisteminin dengede olup olmadığı kontrol edilir. Denge durumu moment kolu üzerindeki (H) denge ağırlığının konumunu değiştirerek ve 50 g'lık bir ilave ağırlık (F) kullanılarak sağlanabilir. Denge durumunda moment kolu, (E) levhası üzerindeki işaret çizgisiyle çakışacak şekilde olmalıdır. Dengeleme işlemi tamamlandıktan sonra koruyucu kapak tekrar yerine takılır.

Rotor ve presisyon motorları çalıştırılır. Rotorun dönme yönü, jiroskop'un presisyon yönü ve ayrıca moment kolunun alçalması veya yükselmesi not edilir, ön panel üzerindeki motor giriş bağlantılarını değiştirmek yoluyla (+, - veya -, +), jiroskopik çiftin yönü, her iki kombinasyon durumu için tayin edilir.



Şekil 4: Jiroskopik çiftin yönleri.

Sonuçlar Şekil 4’de gösterildiği gibi olacaktır. Görüleceği gibi jiroskopun presisyonu ile üretilen jiroskopik çift daima jiroskop rotor ve jiroskop presisyon eksenlerine dik bir eksen etrafında etki eder. Çiftin yönü presisyon ve rotor dönüş yönlerine bağlıdır. Sonuç olarak rotor ve presisyon yönleri aynı iken rotor tarafı kalkacak ve aksi durumda ise inecek şekildedir. Bu durumlar deneysel olarak gözlenecektir.

#### 4.3 Atalet Momentinin Tayini

Yedek armatür ve rotor sistemi kelepçeli tespit yerinden çıkartılır. Askı kolu düzeneği dışa doğru kaldırılır ve yatay konuma getirilir. Bundan sonra rotor ve rotor grubu mevcut çelik teller yardımıyla asılır. Bu durumda sistem düşey eksen etrafında yaklaşık  $10^\circ$  kadar döndürülür.

Serbest titreşim hareketinin periyodunu tayin etmek için pratik olması bakımından 50 tam salınım için geçen süre bir kronometre ile ölçülür. Ayrıca tellerin "L" uzunluğu ve birbiri arasındaki "d" mesafesi ölçülür. Rotor grubunun kütlesi nominal olarak 1,09 kg'dır. Bu değer kontrol edilmek istenirse hassas bir terazide tartma işlemi yapılır. Bu ölçülen değerler denklem (2)'deki J atalet momentini hesaplamak için gerekli verileri oluştururlar. Doğru değerlerin elde edildiği kontrol edildikten sonra rotor grubu yerine yerleştirilir. Tipik sonuçlar aşağıda verilmiştir.

|                             |                           |
|-----------------------------|---------------------------|
| Tellerin uzunluğu           | : $L = 0,53 \text{ m}$    |
| Tellerin arasındaki uzaklık | : $d = 0,073 \text{ m}$   |
| Rotor grubunun kütlesi      | : $m = 1,09 \text{ kg}$   |
| 50 titreşim zamanı          | : $t = 46 \text{ s}$      |
| Peryod                      | : $\tau = 0,92 \text{ s}$ |

Bu değerler (2) denkleminde yerine konarak işlem yapılırsa  $J = 5,761 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2$  elde edilir.

#### 4.4. Jirooskopik Çiftin Büyüklüğünün Bulunması

Deneyin bu kısmının amacı jirooskopik çift ile rotorun açısal hızı ve presisyon hızı arasındaki ilişkiyi ortaya koymaktır. (1) eşitliğinin doğruluğunun kontrolü açısından deneysel sonuçlar gereklidir. Deneyde aşağıdaki işlem adımları takip edilir.

1. Moment kolunun denge durumuna ilave olarak ek bir kütle (300 g) takılır ve muhafaza kapağı yerine yerleştirilir. Deneyin hazırlanışı kısmında açıklandığı şekilde ilgili bağlantılar yapılarak sistem çalıştırılır. Bu durumda jirooskopik çift moment kolunu kaldıracaktır. Bunun için doğru elektriksel bağlantıların yapılıp yapılmadığı Kısım 4.2'deki sonuçlardan kontrol edilmelidir.

2. Rotor hızı ilgili hız kontrol ünitesinden 3000 d/dak'ya ayarlanır. Moment kolu denge konumunu gösteren işaretlenmiş çizgiye çıkıncaya kadar presisyon hızı ilgili hız kontrol ünitesi yardımıyla değiştirilir. Bu konum jirooskopik çiftin, moment kolundaki kütle tarafından üretilen momente eşit olduğu denge konumudur.

3. Bu denge durumunda bir kronometre kullanılarak jirooskopun presisyon hızı için belirli sayıdaki tam devir için geçen zaman ölçülür, iyi sonuç elde etmek için en az 60 s'lık bir zaman periyodu kullanmak gerekir. Rotor hızının kesin değeri de tekrar kaydedilir. (Başlangıçta ayarlanmış olan hız değeri çok az da olsa değişmiş olabilir.)

4. Rotor hızı belli adımlarla (200-300 d/dak) azaltılarak her rotor hızı değeri için yine denge konumunda presisyon hızı da ölçülerek kaydedilir.

5. Moment koluna ilave kütleler (150 g, 200 g, 250 g, 300 g, 350 g) takılarak her bir kütle durumu için yukarıda sıralanan işlem adımları tekrarlanır ve sonuçlar kaydedilir. (Farklı deney gurupları için uygulanacaktır.)

Örnek deney sonuçları Tablo 1'de verilmiştir.

Statik moment; moment koluna takılan denge kütlesi ve moment kolu uzunluğundan (0,14 m) hesaplanır. Yani,

$$T = M \cdot g \cdot L$$

bağıntısı kullanılır.

Örneğin 300 g'lık kütle takılması durumunda;

$$T = (0,3)(9,807)(0,14) = 0,412 \text{ Nm}$$

elde edilir.

Jirooskopik çiftin teorik değerleri, önceki kısımda tayin edilen atalet momentiyle hesaplanabilir. Örneğin ilk deney sonucu için,

$$T = J \omega \omega_p$$

bağıntısında sayısal değerler konursa;

$$T = (5,887 \cdot 10^{-4})(198,965)(3,77) = 0,442 \text{ Nm}$$

elde edilir.

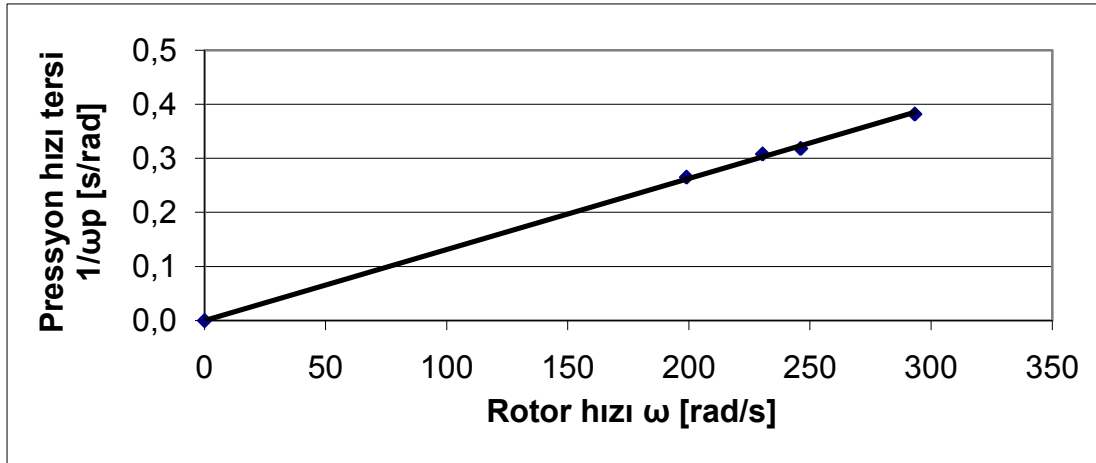
Jiroskopik çift eşitliği (1) presisyon hızının tersi ( $\frac{1}{\omega_p}$ )'nin rotor hızına ( $\omega$ ) göre değişim grafiğinin doğrusal olması gerekeceğini belirtir. Bu durumu eşitliği

$$\frac{1}{\omega_p} = \left( \frac{J}{T} \right) \omega \quad (y = Ax)$$

biçiminde yazarak görebiliriz. Deneysel sonuçlar buna göre Şekil 5'te grafik olarak çizilmiştir. Bu şekilden de açıkça görülebileceği gibi sonuçlar doğrusal (linear) bir değişim göstermektedir.

**Tablo 1:** Deney sonuçları

| Dengeleme<br>Kütlesi<br>M (g) | Statik Moment<br>T (Nm) | Rotor Hızı<br>$\omega$ |         | Presisyon Hızı<br>$\omega_p$ |         | $\frac{1}{\omega_p}$<br>(s/rad) | Jiroskopik Moment (T)<br>(Nm) |
|-------------------------------|-------------------------|------------------------|---------|------------------------------|---------|---------------------------------|-------------------------------|
|                               |                         | (d/dak)                | (rad/s) | (d/dak)                      | (rad/s) |                                 |                               |
| 300                           | 0,412                   | 1900                   | 198,965 | 36                           | 3,77    | 0,265                           | 0,442                         |
| 300                           | 0,412                   | 2200                   | 230,381 | 31                           | 3,246   | 0,308                           | 0,440                         |
| 300                           | 0,412                   | 2350                   | 246,089 | 30                           | 3,142   | 0,318                           | 0,455                         |
| 300                           | 0,412                   | 2800                   | 293,212 | 25                           | 2,618   | 0,382                           | 0,452                         |



**Şekil 5:** Presisyon hızı tersinin rotor hızına göre değişimi

## 5. HATA ANALİZİ

## 6. İRDELEME

## 7. KAYNAKLAR

1. TM104 Gyroscope Apparatus, TQ International England
2. Doğan, M, “Makina Dinamiği Ders Notları” (Yayınlanmamış)

## 8. Deney Raporlar

1. Kabul edilebilir bir deney raporunun aşağıda belirtilen kısımları kapsamalı gerekir:
2. 4. 5. 6. 7. Kapak sayfası (deney adı ile birlikte öğrencinin numara, ad soyad, grup numarasını içermeli)
3. Deneyin amacının belirtilmesi
4. Deneyde hangi büyüklüklerin ne ile ve nasıl ölçüldüğünün belirtilmesi
5. Deneyde ölçülen ve hesaplanan değerlerin çizelgeler halinde verilmesi
6. Deneyle ilgili grafiklerin istenilen koordinatlarda çizilmesi
7. Deneysel sonuçların varsa ampirik bağıntılardan elde edilen sonuçlarla karşılaştırılması
8. Hesaplanan değerlerle ilgili belirsizlik analizlerinin yapılması
9. Sonuçların yorumlanması
10. Deney grubu takım halinde deneyde kullanılan ölçüm aletleri ile farklı bir ısı/mekanik deney düzeneği tasarımı yaparak basit bir şema üzerinde gösterecektir.